

第 2 学年 数学科指導案

日 時 平成 25 年 2 月 14 日(木)5 校時
 場 所 留萌市立留萌中学校 2 年 3 組
 生 徒 37 名
 指導者 教諭 T1 菅原 克明
 T2 酒井 典子

1 単元名 「5 章 三角形と四角形」

2 留萌管内の全国学力・学習状況調査から見える実態 (H24 年度北海道教育委員会 HP 結果から)

学年	留萌管内	北海道	全国	秋田	全道と比較して、「数と式」「図形」はやや低く、「数量関係」は低い。全国と比較して、「数と式」「図形」は低く、「数量関係」は相当低い。		
					数と式	図形	数量関係
数学 A	留萌管内	60.0	62.1	67.4	61.0	60.7	44.9
	北海道(合算)				64.3	65.0	50.8
	全国(公立)				67.5	66.7	52.1
	秋田(公立)				73.1	70.9	58.3
	全体	55.5	60.0	62.1	67.4	61.0	60.7
数学 B	留萌管内	46.9	49.3	56.7	32.2	52.8	33.7
	北海道(合算)				37.5	57.9	37.2
	全国(公立)				40.9	59.7	39.8
	秋田(公立)				49.9	66.1	47.0
	全体	42.2	46.9	49.3	56.7	32.2	52.8

全道との比較	数学 A						数学 B					
	H19	H20	H21	H22	H23	H24	H19	H20	H21	H22	H23	H24
相当高い												
高い												
やや高い	☆			☆			☆	☆		☆		
ほぼ同様(上位)		☆	☆			☆			☆			☆
全道と同様												
ほぼ同様(下位)												
やや低い												
低い			○							○		●
相当低い	○									○		

留萌管内と全道の比較をしたところ、数学 A 全体では-4.5、図形領域においては-4.3 と全道よりやや低いという結果であった。

このことは、まずは、図形領域をふくむ基礎的・基本的な知識及び技能の習得に大きな課題があることが分かる。

また、数学 B 全体では-4.7 とやや低い結果であったが、図形の領域においては、-5.1 と道より低いという結果が残った。

以上のことから、管内の実態としては、数学全般において、基礎学力の育成を図る必要があることが分かった。図形の領域については全道と大きな開きがあることが分かる。とりわけ、全国学力・学習状況調査に出題されるような証明問題については、苦手になっている生徒が多いということがいえる。

このような実態から、単元を通して、まずは基礎的・基本的な知識及び技能の確実な定着を図りながら、活用力の育成を図る必要があると考え、指導計画を構築していった。

3 単元について

小学 3 年では、辺や角の関係に着目して二等辺三角形、正三角形の概念の形成を図るとともに、二等辺三角形には 2 つの等しい辺があるが、残りの辺も等しくなると正三角形になることを学習している。

また、小学 4 年では、平行線の性質として、1 つの直線に垂直な 2 つの直線は互いに平行であること、平行な 2 つの直線の幅は一定であることのほか、平行四辺形、台形、ひし形などの四角形の内容について学習している。

さらに、小学 5 年では、合同の定義と合同な三角形のかき方、三角形の内角の和が 180° になるこ

とや、多角形を三角形に分け、内角の和を 180° とする三角形がいくつあるかということから、多角形の内角の和についても調べている。さらに、中学1年生では、中学2年生で学習する合同な図形につなげるために、ずらしたり、回転させたり、裏返したりしてきちんと重ね合わせることでできる2つの図形について学習してきている。

前章（平行と合同）では、これらの既習事項を学び直しとして取り扱いながら、「対頂角」、「平行線の同位角・錯角」、「三角形の内角・外角」などの学習を通して、順序づけて説明することを学んできた。このことは、図形の領域において、演繹的な考え方の方や意義を理解して、その過程を的確に表現する能力の育成を目的としている。図形の領域における証明を本格的に取り扱う第一歩となるため重要な単元である。

本章では、これらの学習過程を踏まえ、二等辺三角形や平行四辺形などの性質を、三角形の合同条件などを根拠にして証明していく中で、演繹的な推論の仕方に慣れさせたり、図形のもつ性質を見出し、それを証明していくことで、論理的な見方や考え方を育てたりしていく。

そのため、生徒の実態も踏まえ、習得した用語や公理を繰り返し用いながら問題の解決過程を説明させることで、定着の深まりを図るとともに、さまざまな問題にふれさせることで活用力を高めていきたい。

4 研究の視点

(1) 指導計画の工夫

本単元における活用問題を解くために必要な力は、ものごとに対する論理的な見方や考え方を身に付けることにある。

そこで、既習事項の中から、根拠となることごとを取捨選択できる力を身に付けさせたいと考え、終末段階では、根拠となることごとを答えさせるような振り返り問題を設定した。

また、単元を通して課題の提示の仕方を「～になることを証明しよう」という形に統一し、証明に触れさせる機会を増やそうと考えた。

平成21年度の全国学力・学習状況調査のB問題では、「2つの対角線がそれぞれの中点で交わる」ことを問う問題が出題された。本時の振り返り問題では、これと同じ問題に取り組みさせることで、学習内容の定着度合と活用力の伸長を見取りたい。

(2) 考える場の工夫

本単元で活用する既習事項は、小学校で学習した内容から「二等辺三角形や平行四辺形を主とする四角形の概念」、前章で学習した内容から「対頂角、錯角、同位角」である。単元を通して、論理的に考える手だての工夫として、初めから分かっていることごと（仮定）と、これから証明しようとすることごと（結論）を確認することや、どのような既習事項を根拠として用いたかを問う場面を位置付けることとする。このことは、根拠となることごとに結論を盛り込んでしまう誤答を防ぎ、かつ、筋道立てて説明できる力の育成につながると考える。

本時においても、この点に注意させながら課題解決させていくことで、論理的な見方や考え方の向上につなげていきたい。

(3) 表現する場の工夫

論理的な見方や考え方の確実な定着を図るためには、根拠に基づいて書く力が必要である。しかし、図形領域、とりわけ証明問題では、結論が成り立つことが何となく分かっている、それを書き表すことを苦手とする生徒が多い。

そこで、表現する場の工夫として、書き表し方を理解し、書くことに慣れさせるため、振り返り問題において始めは穴埋めにし、徐々に記述の量を増やしていくような問題形式とし、ノートに貼らせ、書き方に迷ったときに振り返られるようにした。これにより、新たな証明問題に出会い、それを解決する際に、ノートを振り返りながら書き表すことができるため、簡潔に書き表すことにつながるのではないかと考えた。

また、発表場面では、実物投影機を用いることにする。実物投影機は、生徒の書いた証明をそのまま映し出すことができるため、発表者は自分の考えを相手に伝えやすいというよさがあると考えたためである。また、黒板に書く時間を省略できるため、振り返り問題に取り組みせる時間の十分な確保にもつながる。

さらに、発表した生徒のノートの写真を撮り、その画像を画面に残しておくことで、前の問題の証明を容易に見返すことができるため、振り返り問題の自力解決にも有効であろうとも考えた。

5 単元の目標

三角形・四角形について見いだした性質を演繹的な推論によって考察し、論理的に表現する能力をいっそう伸ばすとともに、証明された図形の性質を他の図形の考察においても用いることができるようにする。

6 単元の評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

・二等辺三角形や平行四辺形の性質などに関心を持ち、それらが成り立つことを証明しようとする。

【数学的な見方や考え方】

・二等辺三角形や平行四辺形の性質、および条件を証明することができる。

【数学的な技能】

・図形の性質や、その図形になるための条件などを、記号を使って表したり、その意味を読みとったりすることができる。

【数量、図形などについての知識・理解】

・定義や定理の意味、および基本的な図形の定義や定理を理解することができる。

7 単元指導計画（全 11 時間）

	主な学習活動 (○), 教師の働きかけ (*)	視点, 評価 (・)
1	<p>問題 A</p> <p>AM=BM=CM のとき, △ABC はどんな三角形か?</p> <p>○ 線分 AB をかき、中点 M をとる。また、AM=MC となるような点 C をとる。</p> <p>○ △AMC と △BMC が二等辺三角形で、その底角が等しいこ</p>	

とから、 $\angle C=90^\circ$ であることを見いだす。

課題 二等辺三角形の2つの角が等しくなることを証明しよう。

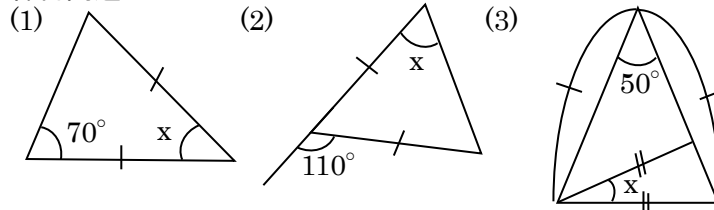
* 補助線（頂角の二等分線）を引いて、2つの三角形の合同を証明するよう促す。

○ 仮定と結論を確認する。

定理 二等辺三角形の性質

- 1 2つの底角は等しい。
- 2 頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分する。

練習問題



視点1 指導計画の工夫

・二等辺三角形の性質を調べたり証明したりすることに関心を持ち、それらを確認しようとする。

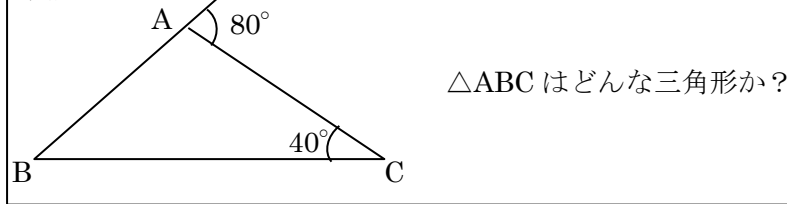
【関・意・態】

視点2 考える場の工夫

・二等辺三角形の定義と性質を理解している。【知・理】

2

問題



○ 予想させた後、数名の生徒を指名して理由を答えさせる。

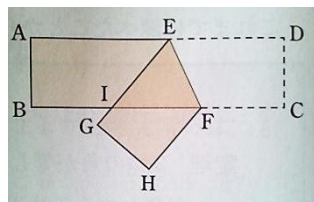
課題 2つの角が等しい三角形は二等辺三角形になることを証明しよう。

* 補助線（ $\angle A$ の二等分線）を引いて考えるよう助言する。

○ 仮定と結論を確認する。

定理 二等辺三角形になるための条件

2つの角が等しい三角形は、それらを底角とする二等辺三角形である。



付せん紙を図のように折り曲げ、重なったときにできる $\triangle IEF$ が二等辺三角形になる。 \square をうめて証明を完成させなさい。

証明

四角形EDCFと四角形EGHFは合同なので、

$$\angle DEF = \square \dots \textcircled{1}$$

また、平行線の錯角が等しいので、

$$\angle DEF = \square \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\textcircled{2}\text{より} \quad \square = \square$$

\therefore 2つの角が等しいので、 $\triangle IEF$ は二等辺三角形である。

視点1 指導計画の工夫

・二等辺三角形になるための条件、性質の逆と見ることができる。【数・考】

視点2 考える場の工夫

視点1・3
指導計画の工夫
表現の場の工夫

3

問題

- ① 二等辺三角形は正三角形である。
 - ② 正三角形は二等辺三角形である。
- どちらが正しいか？

- ①, ②の仮定と結論を確認する。
- ①: 2つの角の大きさが同じでも, 残りの1つの角の大きさが違うときがあるから×。
- ②: 正三角形は, すべての角の大きさが 60° で, 2つの角の大きさが同じだから○

- ・ 仮定と結論が入れかわっているときを『逆』という。
- ・ ことがらが正しくないときは, 『反例』を1つ示す。

次のことがらの逆をいいなさい。また, それが正しくない場合は, 反例をあげなさい。

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で, $\triangle ABC = \triangle DEF$ ならば $AB = DE$, $BC = EF$, $CA = FD$ である。
- (2) $x = 3$, $y = 1$ ならば $x + y = 4$ である。
- (3) 合同な2つの三角形の面積は等しい。

視点2 考える場の工夫

- ・ 正三角形を, 特別な二等辺三角形とみることができる。 【数・考】

- ・ 逆の意味を理解できる。

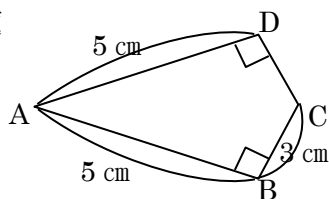
【知・理】

視点1・3

指導計画の工夫
表現の場の工夫

4

問題



CDの長さは？

- 直観的に $CD = 3$ cm と予想する。

課題 $CD = 3$ cm になることを証明しよう。

- 仮定と結論を確認する。
- AC を引き, 三角形2つに分け合同を証明しようとするが, 合同条件に当てはまらない。
- 2つの三角形の AD と AB を合わせると二等辺三角形になることから, $\angle ACD = \angle ACB$ を見出し, 三角形の内角の和が 180° であることから, $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ と $BC = DC$ を導く。

定理 直角三角形の合同条件

- 1 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。
- 2 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。

$\angle C = 90^\circ$ である $\triangle ABC$ で, 辺 AB 上に, $AC = AD$ となる点 D をとり, D を通る辺 AB の垂線と辺 BC との交点を E とする。このとき, $EC = ED$ を証明しなさい。

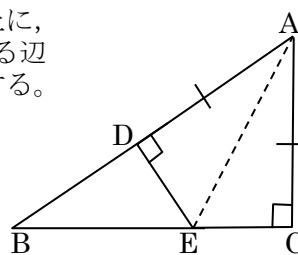
仮定:

結論:

証明

AE を引く。
 $\triangle ADE$ と $\triangle ACE$ において
 $=$ ①
 $=$ ②
 ①②より

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$
 合同な三角形の対応する辺の長さは等しいので, $EC = ED$



視点1 指導計画の工夫

視点2 考える場の工夫

- ・ 直角三角形の合同条件が成り立つことを, 二等辺三角形の定理を用いて考えることができる。【数・考】

視点1・3

指導計画の工夫
表現の場の工夫

- ・ 直角三角形の合同条件を使って, 図形の性質の証明を読みとったり, 表したりすることができる。【技能】

5

問題

x, y の値は？

○ 重なりの部分が平行四辺形であることから $x=10\text{ cm}, y=120^\circ$ と予想する。

課題 平行四辺形の対辺と対角が等しくなることを証明しよう。

* 平行四辺形に対角線を引き、2つの三角形を作るよう促す。

○ 仮定と結論を確認する。

定理 平行四辺形の性質
 1 2組の対辺がそれぞれ等しい。
 2 2組の対角がそれぞれ等しい。

$\square ABCD$ で、対角線 BD を引くとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ を証明しなさい。

仮定：
 結論：

$\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ において

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

視点1 指導計画の工夫

・平行四辺形の性質を調べることに関心を持ち、それを調べようとする。
 【関・意・態】

視点2 考える場の工夫

・平行四辺形の性質を調べ、論理的に確かめることができる。【数・考】
 ・平行四辺形の性質を使って、図形の性質の証明を表すことができる。【技能】

視点1・3 指導計画の工夫 表現の場の工夫

6

問題

$\square ABCD$ に対角線 AC, BD を引くとき、等しい部分を上げなさい。

○ $AO=CO, BO=DO, AD=CB, AB=CD, \dots$

課題 平行四辺形では、 $AO=CO, BO=DO$ なることを証明しよう。

○ 仮定と結論を確認する。

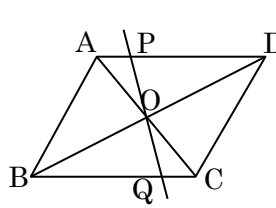
定理 平行四辺形の性質
 3 2つの対角線はそれぞれの中点で交わる。

視点1 指導計画の工夫

・平行四辺形の性質を調べることに関心を持ち、それを確かめようとする。
 【関・意・態】

視点2 考える場の工夫

・平行四辺形の性質を調べ、論理的に確かめることができる。【数・考】



$\square ABCD$ の対角線の交点 O を通る直線と辺 AD , BC との交点を P , Q とする。このとき, $OP=OQ$ を証明しなさい。

仮定：
結論：

証明

$\triangle ODP$ と $\triangle OBQ$ において



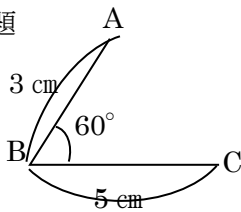
合同な三角形の対応する辺は等しいから,
 $OP=OQ$

• 平行四辺形の性質を使って, 図形の性質の証明を表すことができる。【技能】

視点 1・3
指導計画の工夫
表現の場の工夫

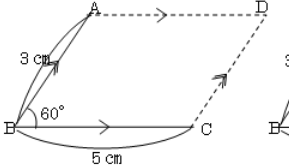
7

問題

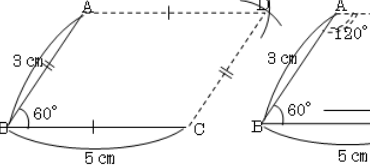


平行四辺形 $ABCD$ を完成させなさい。

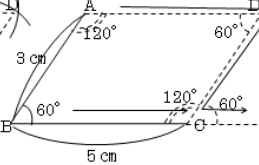
その 1



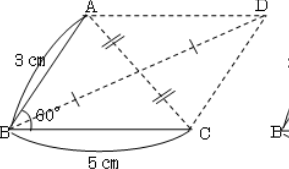
その 2



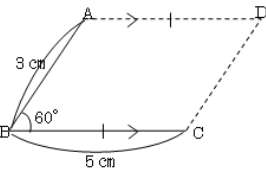
その 3



その 4



その 5



• 平行四辺形になるための条件に関心を持ち, それらの条件を意欲的に見つけようとする。【関・意・態】

○ その 1 のときに平行四辺形になることを確認する。

課題 その 2 のときに, 平行四辺形になることを証明しよう。

* 平行四辺形に対角線を引き, 2つの三角形に分けるよう促す。

○ 仮定と結論を確認する。

その 3 や 5 のときに, 平行四辺形になることを証明しよう。

定理 平行四辺形になるための条件

- ① 2組の対辺がそれぞれ等しい。
- ② 2組の対角がそれぞれ等しい。
- ④ 1組の対辺が平行で長さが等しい。

視点 1 指導計画の工夫

• 平行四辺形になるための条件を調べ, 論理的に確かめることができる。【数・考】

視点 2 考える場の工夫

視点 1・3
指導計画の工夫
表現の場の工夫

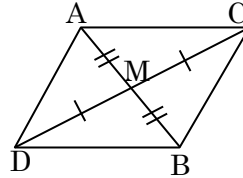
課題 その4のときに、平行四辺形になることを証明しよう。

○ 仮定と結論を確認する。

平行四辺形になるための条件

③ 2つの対角線がそれぞれの中点で交わる。

右の図のように、線分AD、線分CBをひいて四角形ADBCをつくるとき、 $AD \parallel DB$ であることを証明したい。



- (1) 「証明の見通し」の(①)に当てはまる言葉を書きなさい。また、に当てはまることからア～オの中から選びなさい。

「証明の見通し」

- ① $AC \parallel DB$ を証明するためには、四角形ADBCが(①)であることを示せばよい。
- ② このことは、仮定の $AM=BM$, $CM=DM$ を使うと、ことから示せる。
- ア 対角線が垂直に交わる
イ 対角線の長さが等しい
ウ 対角線が平行である
エ 対角線がそれぞれの中点で交わる
オ 対角線が垂直に交わり、その長さが等しい

- (2) $AC \parallel DB$ を証明しなさい。

仮定：

結論：

証明

$\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ において

平行四辺形になるための条件

が成り立つので、

四角形ABCDは平行四辺形であるといえる。

$\therefore AC \parallel DB$

視点2・3
考える場の工夫
表現の場の工夫

・平行四辺形になるための条件『2つの対角線がそれぞれの中点で交わる』が成り立つことを、論理的に確かめることができる。

【数・考】

・平行四辺形になるための条件を理解できる。

【知・理】

視点1・2
指導計画の工夫
考える場の工夫

視点1・3
指導計画の工夫
表現の場の工夫

・平行四辺形になるための条件を使って、図形の性質を論理的に確かめることができる。【数・考】

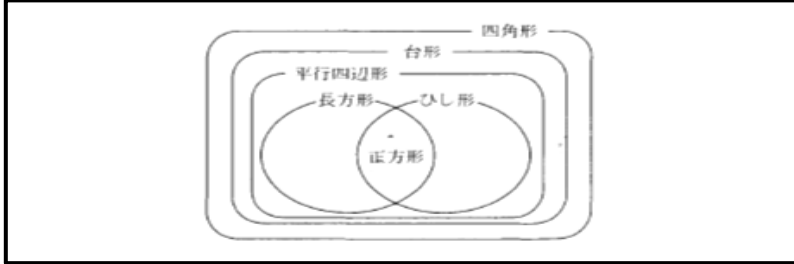
9 ○ 正方形, 台形, ひし形, 長方形, 平行四辺形の定義を理解する。

問題

次の中で, 「平行四辺形である」といえるものはどれか。

- ① 正方形 ② 台形 ③ ひし形 ④ 長方形

* 平行四辺形になるための条件を振り返りながら考えるように助言する。



・特別な四角形の関心をもち, それらの四角形と平行四辺形の関係を調べようとする。【関・意・態】

10

問題

次の中で, 対角線が垂直に交わるのはどれか。

- ① 平行四辺形 ② 台形 ③ 長方形
④ ひし形 ⑤ 正方形

○ ひし形であることを確認する。

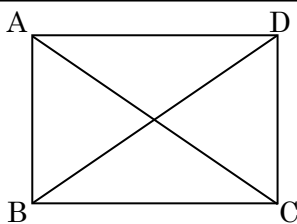
課題 ひし形の対角線は垂直に交わることを証明しよう。

* 他の四角形の2つの対角線がもつ特徴は何かを考えさせる。

	長さ	垂直	中点
平行四辺形			
ひし形			
長方形			
正方形			
台形			

視点2 考える場の工夫

・ひし形, 長方形, 正方形の対角線の性質の理解することができる。【知・理】



長方形 ABCD の対角線の長さが等しいことを証明しなさい。

仮定:

結論:

証明

長方形は平行四辺形なので, 2組の対辺がそれぞれ等しいから,

$$AB = DC \quad \dots \textcircled{1}$$

また, 長方形の4つの角は等しいから,

$$\angle B = \angle C \quad \dots \textcircled{2}$$

共通な辺だから,

$$BC = CB \quad \dots \textcircled{3}$$

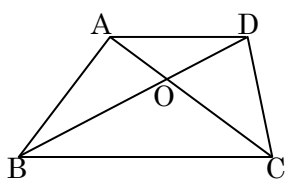
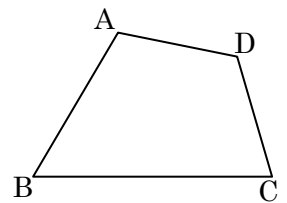
①②③より

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

合同な三角形の対応する辺は等しいから

$$AC = DB$$

視点1・3 指導計画の工夫 表現の場の工夫

11	<p>問題 右の図で、$AD \parallel BC$である。 $\triangle ABO$と$\triangle DCO$では、どちらの面積が大きいか。</p> 	<p>・多角形の等積変形で、どのように平行線を引けばよいかを考えることができる。 【数・考】</p>
○ $\triangle ABO = \triangle DCO$ を確認する。		
底辺と高さが等しい2つの三角形の面積は等しい。		
 <p>四角形 ABCD と面積が等しい三角形をかきなさい。</p>		
面積を変えずに、別の形で表すことを『等積変形』という。		

8 本時の実際

(1) 本時の目標

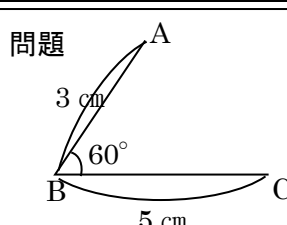
- 平行四辺形の条件を使って、図形の性質を論理的に確かめることができる。

【数学的な見方や考え方】

- 平行四辺形になるための条件を理解できる。

【数量、図形などについての知識・理解】

(2) 本時の展開

	主な学習活動（ ・生徒の活動 ○教師の発問 ）	【評価規準】と視点、支援○
課題把握 8分	<p>問題</p>  <p>平行四辺形 ABCD を完成させなさい。</p>	<p>視点1 指導計画の工夫 H21年度の全国学力学習状況調査において平行四辺形になるための条件を問う問題が出題された。本時の問題では、前時と2時間続きで扱い、その定理が成り立つことを証明によって見出させる。これにより、活用力を問う問題にも対応できる力を身に付けさせたいと考えた。</p>
	<p>○ 昨日は、平行四辺形を完成させなさいという問題から、5通りの考え方が出てきました。今日は、そこで1つだけ残された考え方の証明に取り組んでみましょう。</p>	
	<p>課題 2つの対角線がそれぞれの中点で交わる時に、平行四辺形になることを証明しよう。</p>	
	<p>○ 残された1つはこのようなものでした。仮定と結論だけを確認しておきましょう。</p> <p>○ 仮定は？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 2つの対角線がそれぞれの中点で交わる。 <p>○ 文字と記号で表すと？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $AO=CO$, $BO=DO$ <p>○ 結論は？</p>	<p>視点2 考える場の工夫 前時の続きとなるため、本時の課題を確認した後、見通しを仮定と結論の押さえのみとし、すぐに解決させる。</p>

・ $AD \parallel CB, AB \parallel CD$

$\triangle AOD$ と $\triangle COB$ において

$AO = CO$ (仮定) …①

$BO = DO$ (仮定) …②

$\angle AOD = \angle COB$ (対頂角) …③

①②③より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

$\triangle AOD \cong \triangle COB$

合同な三角形の対応する角が等しいので

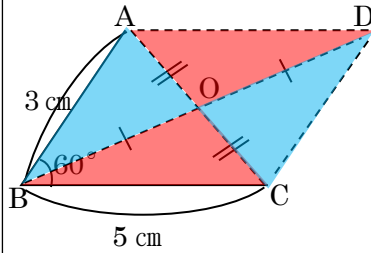
$\angle ADO = \angle CBO$ (錯角)

よって, $AD \parallel CB$ …④

同様に, $AB \parallel CD$ …⑤

④⑤より

2組の対辺がそれぞれ平行(定義)だから
四角形 $ABCD$ は平行四辺形だといえる。



視点 2, 3
考える場の工夫
・表現の場の工夫

証明の仕方については、根拠に基づき、筋道立てた形で書かせる。

○等しいことが分かっている辺を含む三角形の組を見つけさせ、図がかかれた紙を渡し、その合同を証明するよう促す。(T2)

【数学的な見方・考え方】

平行四辺形の条件を使って、図形の性質を論理的に確かめることができる。

自力解決
12分

交流
10分

○ では、証明を説明してもらいます。

○ 結論を根拠として入れている生徒の証明を取り上げ、そのまちがっている点について交流する。

・ 結論を根拠の中に入れてしまっているから。

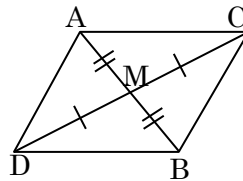
○実物投影機を使い、生徒のノートを映しながら発表させる。その後は、振り返り問題で証明をする際に参考になるよう、写真に撮って画面に映す。

定理 平行四辺形になるための条件

③ 2つの対角線がそれぞれの中点で交わる。

右の図のように、線分 AB と線分 CD がそれぞれの中点で交わる四角形 $ADBC$ をつくるとき、 $AC \parallel DB$ であることを証明したい。

(1) 「証明の見通し」の (①) に当てはまる言葉を書きなさい。また、 に当てはまることからア～オの中から選びなさい。



「証明の見通し」

① $AC \parallel DB$ を証明するためには、四角形 $ADBC$ が (①) であることを示せばよい。

② このことは、仮定の $AM=BM, CM=DM$ を使うと、 ことから示せる。

- ア 対角線が垂直に交わる
- イ 対角線の長さが等しい
- ウ 対角線が平行である
- エ 対角線がそれぞれの中点で交わる
- オ 対角線が垂直に交わり、その長さが等しい

視点 1
指導計画の工夫

振り返り問題では、実際に H21 の問題に取り組ませ、活用問題を解決する力が備わっているかを見取る。

視点 2
考える場の工夫

本時の課題解決で行った証明とまとめを基に問題を解けるようにする。

【数量、図形などについての知識・理解】

平行四辺形になるための条件を理解できる。

振り返り
20分

