

# 数 学 科 指 導 案

日 時 平成 21 年 10 月 14 日 (水) 第 5 校時  
場 所 留萌市立港南中学校  
生 徒 1 年 A 組 31 名  
指 導 者 教諭 府川 政史

## 1 単元名 比例と反比例

### 2 単元について

小学校では、ともなう変わる 2 つの数量の関係を、表やことばの式、グラフに表したり、それらを使って調べたりした。そして比例の意味について理解し、簡単な場合について、表やグラフでその特徴について学習してきた。また、中学校ではこれまでに、数を負の数まで拡張し、簡単な計算をしたり、文字を用いて、様々な数量を式に表したりしてきた。

これらの学習を受けて、本単元では、様々な事象の中から比例、反比例の関係にある 2 つの数量を見だし、それを表、式、グラフに表し、その特徴を調べることや、比例、反比例を利用して身のまわりの問題を解決することについて学習する。

### 3 生徒の実態

多くの生徒が、授業に真面目に取り組んでいる。また、ほとんどの生徒は授業で学習した内容を理解している。しかし多くの生徒はこちらから与えられた課題を解くだけで満足してしまっている。解答を発表したり、課題について質問するなどの積極性のある生徒は少ない。

これは、過程の大切さを実感している生徒が少ないことと、分数などの計算を苦手に行っている生徒が多いためであると考えられる。

本時では具体物を取りあげたり、長さを計算しやすい数にしたりすることで関数への学習意欲を高め、関数の概念を理解させるようにしたい。

### 4 研究の視点

#### (1) 学習過程の工夫について

～基礎的・基本的な知識・技能の習得を中心とした授業展開～

本単元の基礎的・基本的な知識・技能は主に次の 3 つである。1 つめは比例、反比例の式やグラフの特徴の理解、2 つめは比例、反比例の関係を式、表、グラフに表すこと、そして 3 つめは関数の概念の理解である。

それらを身に付けさせるために次の 3 点を考慮した。

1 つめに生徒に身近でわかりやすい具体例を通して比例、反比例について考えさせることである。比例、反比例について考えさせる例の 1 つとして長方形の面積がある。長方形の面積の求め方はほとんどの生徒が分かっているので、縦や横の長さの関係から比例、反比例について考えさせる最適の例の 1 つである。そうした例を与えると式やグラフの特徴を理解しやすいと考えた。

2 つめに定義や特徴を常に意識させるようにすることである。例えば比例の表し方は式、表、グラフなどがある。比例の式や表について学習するときだけでなく、グラフについて学習するときにも、「対応する  $x$  と  $y$  の商  $y/x$  の値が  $a$  になる」ことや、「 $x$  の値が 2 倍、3 倍になると、対応する  $y$  の値も 2 倍、3 倍になる」ことなどを確認する。このように常に意識させることによって、比例、反比例の関係を式、表、グラフに表せるようになりやすくなると考えた。

3 つめに生徒が解決するときに取り組む課題を教師がよく吟味して与えることである。例えば 1 桁の整数など計算しやすい数からはじめ、徐々に複雑な計算が必要な数へとスモールステップで取り組めるようにすることである。特に教科書の例題だけでは様々な問題を解くための注意点が不十分であるときは、こちらでそれを補助する課題を用意する必要がある。こうしたスモールステップを踏ませることで、特に関数の概念を理解しやすくなると考えた。

さらに学習内容について多面的に取り組ませることである。例えば比例定数について学習する場合、「式で表したときの決まった数」、ということだけではなく、「 $x = 1$  のときの  $y$  の値」「 $x$  が 1 増加したときの  $y$  の増加量」ということにも着目すると、より理解が深まると考えた。

本時での基礎的・基本的な知識は、関数の概念を理解することである。そのため、まず身近でわか

りやすい具体例として長方形の窓を取りあげる。窓を開けることにより、開けた部分の面積や周の長さなどが、窓を引いた長さの関数になっていることを理解させる。より多くの関数を見つけることと、逆に関数でないものを見つけることによって関数への理解を深めることができると思う。

## (2) 言語活動の充実について

～言語化することで知識を身に付ける活動の工夫～

本単元で身に付ける知識として、比例、反比例の式やグラフの特徴、座標や関数などがある。これらの知識を身に付けるためには、正しい使い方を様々な場面で、聞いたり、書いたり、声に出したり繰り返す必要がある。正しい使い方ができるようになるためには次のような段階をふまえた活動をさせたい。

第1段階として、新たな知識について聞くことである。

本時では、ともなって変わる2つの数量の中には関数という言葉を使って表現されるものがあることを教師が紹介している場面である。この段階ではまだ意味が漠然としたままでもいいので「関数」という単語を使わせていきたい。

第2段階として、新たな知識について書くことである。

本時では、黒板に書かれた関数についてのまとめを、 $x$ 、 $y$ や助詞の使い方に注意してノートに写させたい。この後、斉唱させることによって1つの知識の型がつくられていくと考える。

そして第3段階として、例題を通して解き方の説明を理解することである。この例題は教師側が主導で解答までの道筋(解き方)をしっかり教える。これがこれからはばらく生徒の解き方の道しるべになる。黒板にはそのポイントだけを書いておく。第2段階でつくられた型を参考にして、数題取り組む。この段階では、「 $y$ は $x$ の関数である」という文を読んで $x$ と $y$ の関係を理解できるようにする。

さらに第4段階として、例題の類似問題を通して生徒が解き方の説明をすることである。数学的表現を用いて根拠を明らかにし、筋道を立てて説明し、伝え合うのが数学科における言語活動の特性である。

本時では教科書の問1に取り組む場面である。自分で判断して関数という言葉をもっと正しく使って答えられるようにしたい。また、生徒には解答を黒板に書くだけでなく、その解説も行わせるようにしたい。このときに解答だけではなく解説も行わせるようにしている。どのように考えてその結論にたどり着いたのか説明させることによって、その知識についてより深く理解できると考えるからである。

## (3) 学習意欲を高める工夫について

～環境構成の工夫によるアプローチ～

本単元では、座標や反比例など新しい概念について学んだり、変域を負の数に拡張したりする。これまで学んできた数と式とは異なる領域になるので、なるべく具体物を話題に取りあげていくことで学習意欲を高めていきたい。特にこの単元では、面積や速さに関する話題が多いので、図形の変化していく様子や速さの式などの掲示物を授業の中で利用していきたい。

本時では身近にある環境を生かし学習をすすめられるということから教室の窓を例題として取りあげた。また、課題に取り組む中で必要に応じて窓のイラストや、長方形の掲示物などを生徒に提示して理解の助けとしたい。

## 5 目標

- 比例、反比例する2つの数量の関係に関心を持ち、その考えを利用しようとする。  
(数学への関心・意欲・態度)
- 様々な事象の中から比例、反比例の関係を見だし、2つの数量の変化や対応について考察することができる。  
(数学的な見方や考え方)
- 比例、反比例の関係を、表、式、グラフに表したり、それらを利用して様々な課題を解決することができる。  
(数学的な表現・処理)
- 比例、反比例の意味やそれらの表、式、グラフの特徴を理解することができる。  
(数量、図形などについての知識・理解)

6 指導計画(13時間)

節	活動計画(生徒の様子や活動◎支援○)	【評価規準】と視点
比 例 ( 8 )	<p>【1時間目】本時</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">関数について考えよう。</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">窓を開けるのにもなってどんな数量が変化するだろうか。</div> <p>○窓を開けたときにできる図形を確認する。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;">開けた部分の面積</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;">重なった部分の面積</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;">開けた部分の周りの長さ</div> </div> <p>◎それぞれの対応表をつくり、関数になっていることを確認する。 ○長方形の面積や周りの長さの求め方を確認する。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; margin-bottom: 10px; text-align: center;"> <math>\triangle \triangle</math>は開けた長さの関数である                  ↓ ↓  <math>y</math> は <math>x</math> の関数である             </div> <p>◎ともなって変化する数量を「関数」を使って表現する。 ○<math>x</math>、<math>y</math>と助詞の使い方について確認する。</p> <p>【2・3・4時間目】</p> <p>◎窓の開く長さから変域について理解する。 ○窓を閉めたときと全開にしたときの長さや面積について確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">比例について調べてみよう。</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">縦7cm、横<math>x</math>cmの長方形の面積を<math>y</math>cm<sup>2</sup>としたとき、なぜ<math>y</math>は<math>x</math>に比例するといえるか。</div> <p>○比例の特徴を確認する。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <math>x</math>を2倍にすると<math>y</math>も2倍になる                 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <math>x</math>と<math>y</math>の商が7になる                 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <math>x</math>を7倍すると<math>y</math>になる                 </div> </div>	<p>【評価規準】と視点</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 20px;">視点3 実際の窓を見て高まる意欲</div> <p>【関】～行動・発言 ・関数関係に関心をもったか。</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 20px;">視点1 複数の多面的な練習課題</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 20px;">視点2 類似課題での繰り返し</div> <p>【知】～記録・発言 ・関数関係の意味を理解することができたか。</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 20px;">視点1 身近な具体例</div> <p>【知】～記録・発言 ・変域の表し方を理解することができたか。</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 20px;">視点3 縦7cmで、様々な横の長さの長方形の掲示物</div> <p>【関】～行動・発言 ・比例の特徴に関心をもって、調べようとしたか。</p> <p>【考】～記録・発言 ・比例の特徴を考察することができたか。</p>

$$y = a x \longleftrightarrow y \text{ は } x \text{ に比例する}$$

視点1 複数の多面的な練習課題

【知】～記録・発言

- ・比例の特徴を理解することができたか。

【表】～記録・発言

- ・比例の関係を式に表すことができたか。

【5時間目】

平面上の点の位置の表し方を考えてみよう。

秒速3mで走る人の時間と距離の関係を表すグラフをかきなさい。

【考】～記録・発言

- ・2つの数の組を用いると、座標平面上の点が一意的に表されることを考えることができたか。

◎時間と距離の関係を式と表で表す。

○折れ線グラフや棒グラフについて振り返る。

点Pの座標の表し方→P(x座標, y座標)

視点1 複数の多面的な練習課題

【表】～記録・発言

- ・点の位置を座標で表したり、読みとったりすることができたか。

【6・7・8時間目】

比例のグラフについて調べてみよう。

視点3 前時の学習内容を振り返る  
掲示物の活用

変域が負の数になるとどうなるのだろうか。

aが負の数になると、どうなるのだろうか。

速く正確にグラフをかき方法はないかな。

【関】～行動・発言

- ・比例をグラフに表すことに興味をもち、グラフを使って比例の特徴を考えようとしたか。

○座標の表し方の確認する。

○比例の表から座標の組を作る方法を確認する。

○座標の組をつくる2つの数で1点を表すことを確認する。

【知】～記録・発言

- ・比例のグラフの特徴を理解することができたか。

視点1 提示する数の厳選  
複数の多面的な練習課題

- ・グラフの形→原点通る直線
- ・ $a > 0$ →右上がり
- ・ $a < 0$ →右下がり
- ・かき方→①通る点を1つとる  
②その点と原点を通る直線を引く

【表】～記録・発言

- ・比例のグラフをかいたり、比例のグラフから式を求めたりすることができたか。

【考】～記録・発言

- ・グラフから比例の特徴を考えることができたか。

【1・2時間目】

比例とは違う変わり方をする2つの数量の関係について調べてみよう。

面積が12cm<sup>2</sup>の長方形をいろいろつくり、縦と横の長さの関係を調べなさい。

- 方眼紙を用意する。
- 方眼紙にいろいろな長方形をかいてみる。
- 縦と横の長さの関係を表にまとめる。

縦が短くなると横が長くなるよ。

回転させたら縦と横が逆になった

全部で8通りあるよ。

- 長方形の面積の求め方を確認する。
- 変数が小数の場合もあることを確認する。

$y = a/x \iff y \text{ は } x \text{ に反比例する}$

【3・4時間目】

反比例のグラフについて調べてみよう。

変域が負の数になるとどうなるのだろうか。

aが負の数になると、どうなるのだろうか。

速く正確にグラフをかき方法はないかな。

- 座標の表し方の確認する。
- 比例の表から座標の組を作る方法を確認する。
- 座標の組をつくる2つの数で1点を表すことを確認する。

- ・ グラフの形→原点对称の双曲線
- ・  $a > 0$  → 右上と左下
- ・  $a < 0$  → 右下と左上

視点3 具体物を使った作業

【関】～行動・発言  
・ 反比例の特徴に関心をもって、調べようとしたか。

【考】～記録・発言  
・ 反比例の特徴を考えることができたか。

視点1 複数の多面的な練習課題

視点2 類似課題での繰り返し

【知】～記録・発言  
・ 反比例の意味や特徴を理解することができたか。

【表】～記録・発言  
・ 反比例の関係を式に表すことができたか。

視点3 前時の学習内容を振り返る 掲示物の活用

【関】～行動・発言  
・ 反比例をグラフに表すことに興味をもち、グラフを使って反比例の特徴を考えようとしたか。

【知】～記録・発言  
・ 反比例のグラフの特徴を理解することができたか。

視点1 提示する数の厳選 複数の多面的な練習課題

【表】～記録・発言  
・ 反比例のグラフをかいたり、反比例のグラフから式を求めたりすることができたか。

【考】～記録・発言  
・ グラフから比例の特徴を考えることができたか。

【1時間目】

比例、反比例の考えを利用して問題を解決する方法を考えてみよう。

○集めているものや毎日消費しているものには、どんなものがあるだろうか。

プルタブは  
いくつ集め  
たら車いす  
になるかな

牛乳は何日  
ごとに買え  
ばいいんだ  
ろう

水を節約し  
たら1年で  
どれくらい  
なるだろう

【関】～行動・発言

- ・比例、反比例の考えを利用して問題を解決しようとしたか。

視点2 身近な課題と既習事項の  
関連づけ

【考】～記録・発言

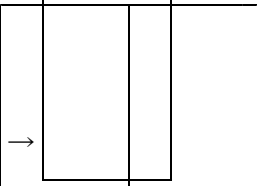
- ・比例、反比例の考えを利用して、見通しをもって問題を解決することができたか。

7 本時

(1) 本時の目標

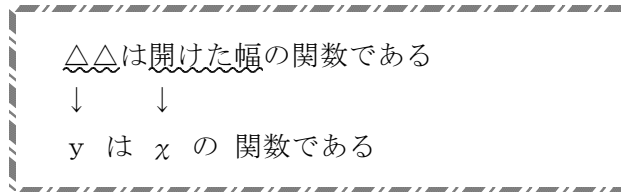
- 関数について理解することができる。(数量、図形などについての知識・理解)
- ともなって変化する2つの数量の関係を調べようとする。(数学への関心・意欲・態度)

(2) 本時の展開 (1 / 13 時間)

	生徒の活動◎	【評価規準】と視点、支援○
導入 (3分)	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">関数について考えよう。</div>	
展開 (27分)	<p>◎これから取り組む問題を知る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">縦180cm、横90cmの窓がある。この窓を開ける幅を変えるのにもなって、どんな数量が変化しますか。</div> <p>◎全体で題意を把握する。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; width: fit-content;">窓を開けた部分の大きさが変化している</div> <p>◎各自、課題に取り組む変化する数量をさらに3つ探す。</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  </div> <p>◎解答を発表する。また自分や他の人が発表した解答が正しいかどうか判断する。</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: 30%;">重なった部分の面積 ○</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: 30%;">開けた部分の周の長さ ○</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: 30%;">窓から入る風の量 ×</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: 30%;">重なった部分の幅 ○</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: 30%;">重ならない部分の面積 ○</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: 30%;">窓が閉まるまでの時間 ×</div> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>視点3 教室の窓を見ながら考えることで、窓の動きをイメージしやすくすることで、学習への意欲を高める。</p> </div> <p>○窓を10cm開けたときにできる図形(長方形)やその図形の大きさ(1800cm<sup>2</sup>)などを生徒から引き出し、題意を把握できるようにする。</p> <p>○窓を小さく開けたときと、大きく開けたときで長さや大きさが変わった部分がないか、図示して考えさせる。</p> <p>○長方形の面積や周の長さの求め方などそれぞれの部分の大きさを求める方法を確認する。</p> <p>○判断できる程度の簡単な対応表を作る。</p> <p><b>【関】</b>～行動・発言</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・関数関係に関心をもったか。</li> </ul>

まとめ  
(20分)

◎ある数量( $x$ )を決めると、別の数量( $y$ )がただ1つ決まるとき、 $y$ は $x$ の関数であるということを知る。



◎関数である言い方を声に出してみる。

開けた部分の面積は、開けた幅の関数である

◎「開けた幅」と「(関数になっている部分)」で関数の言い方をノートにいくつか書く。

・重なった部分の面積は開けた幅の関数である  
・開けた部分の周の長さは開けた幅の関数である

◎関数でない言い方を声に出してみる。

窓から入る風の量は開けた幅の関数ではない

◎関数でないものについて「関数でない」という言い方をノートに書く。

◎教科書(補助教材)P. 8問1の問題に取り組み、様々な事例について、関数かどうか判断する。

◎次時は比例について学習することを知る。

視点1 複数の関数関係をあげたり関数でないものを知ることなど多くの例を通して、関数を理解する。

○「開けた幅」と「開けた部分の面積」で関数の言い方の例を示す。

○関数関係にあるものを黒板に示す。

視点2  $x$ の部分そのままにして、 $y$ の部分だけを入れ替えて、類似の表現を繰り返すことで関数を表現できるようにする。

○関数関係にないものを黒板に示す。

○関数かどうか判断できるような具体例を示す。

【知】～記録・発言

・関数関係の意味を理解することができたか。